

Method for coding image signals

Patent number: EP0283715
Publication date: 1988-09-28
Inventor: LOHSCHELLER HERBERT DR ING; FRANKE UWE
 DIPL-ING
Applicant: ANT NACHRICHTENTECH (DE)
Classification:
 - international: H04N1/41
 - european: G06T9/00T; H04N1/64B; H04N7/26A6Q; H04N7/30E7;
 H04N11/04B1
Application number: EP19880102345 19880218
Priority number(s): DE19873709094 19870323

Also published as:

EP0283715 (A)
 DE3709094 (A)
 EP0283715 (B)

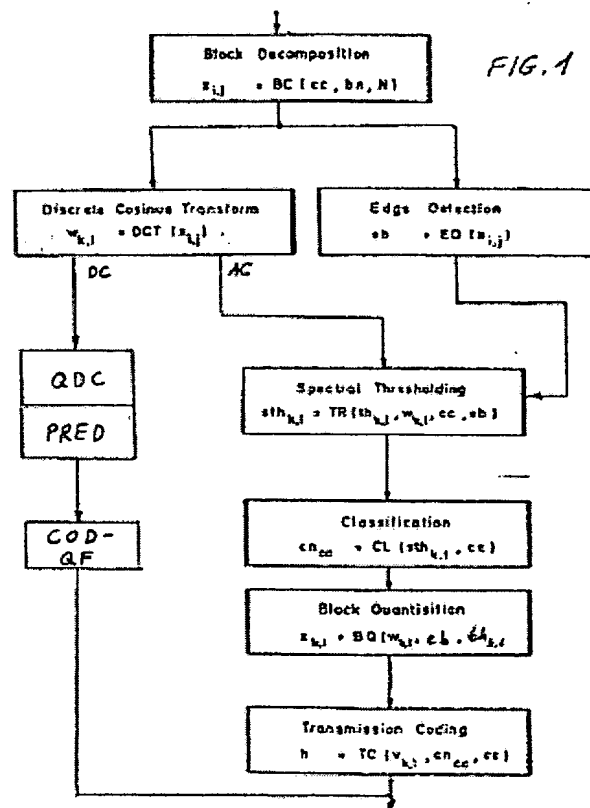
Cited documents:

DE 3708288
 E P0238254
 E P0066697
 US 4644392
 DE 3546337

Report a data error he

Abstract of EP0283715

For coding image signals, particularly for the colour transmission of individual images, spectral coefficients are formed by means of a DCT. The sensitivity of a perceptibility threshold decision arrangement applied to blocks of these spectral coefficients is controlled in dependence on the occurrence of edge structures in the image content. The threshold decision is followed by a quantisation and an entropy encoding. For the data reduction, classes are allocated block by block to the spectral coefficients. The transmission of a class information is sufficient for identifying the spectral coefficients for such classes.



Data supplied from the esp@cenet database - Worldwide

BEST AVAILABLE COPY

EUROPÄISCHE PATENTANMELDUNG

Anmeldenummer: 88102345.1

Int. Cl. 4: H04N 1/41

Anmeldetag: 18.02.88

Priorität: 23.03.87 DE 3709094

Veröffentlichungstag der Anmeldung:
28.09.88 Patentblatt 88/39

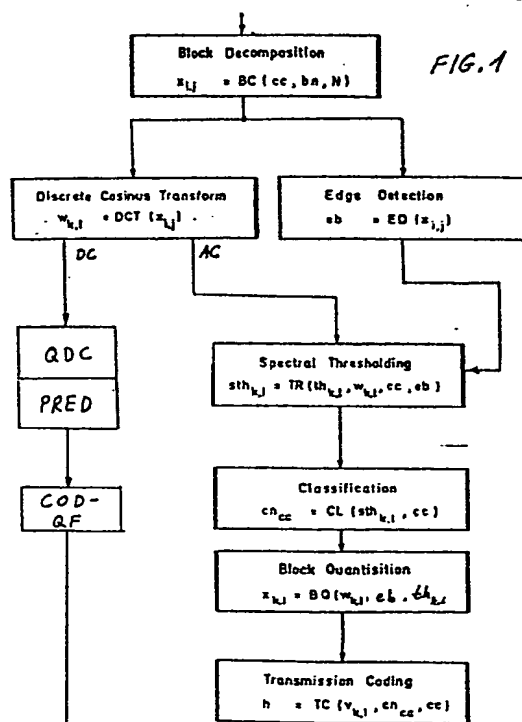
Benannte Vertragsstaaten:
DE FR IT NL

Anmelder: ANT Nachrichtentechnik GmbH
 Gerberstrasse 33
 D-7150 Backnang(DE)

Erfinder: Lohscheller, Herbert, Dr. Ing.
 Malrichweg 8
 D-7152 Aspach(DE)
 Erfinder: Franke, Uwe, Dipl.-Ing.
 Weberstrasse 13
 D-5100 Aachen(DE)

Verfahren zur Codierung von Bildsignalen.

Zur Codierung von Bildsignalen, insbesondere für die Farbeinzelbildübertragung, werden Spektralkoeffizienten mittels einer DCT gebildet. Eine Wahrnehmbarkeits-Schwellwertentscheidung angewendet auf Blöcke dieser Spektralkoeffizienten wird in ihrer Empfindlichkeit in Abhängigkeit des Auftretens von Kantenstrukturen im Bildinhalt gesteuert. Eine Quantisierung und eine Entropiecodierung schließt sich an die Schwellwertentscheidung an. Zur Datenreduktion werden den Spektralkoeffizienten blockweise Klassen zugeordnet. Zur Identifizierung der Spektralkoeffizienten zu solchen Klassen genügt die Übertragung einer Klasseninformation.



Method for coding image signals

Description of EP0283715

Verfahren zur Codierung von Bildsignalen

Die Erfindung betrifft ein Verfahren gemäss dem Oberbegriff des Patentanspruchs 1. Ein solches Verfahren ist bekannt aus "Digital Image Processing, William K. Pratt, Wiley - Interscience Publication, New York/Chichester/Brisbane/Toronto, Seiten 471-499". Dort werden verschiedene Verfahren zur Erkennung von Kantenstrukturen in Bildsignalen vorgestellt, die einer diskreten Transformation unterzogen wurden. Aus "IEEE Transactions on Communications, Vol.Com-32, No. 3, March 1984, Seiten 225-232" ist es bekannt, Bildsignale einer Diskreten Cosinus Transformation zu unterziehen. Um eine niedrige Codiertrate zu erhalten, werden die Transformationskoeffizienten in dem Sinne adaptiv quantisiert, dass Blöcken von Koeffizienten, die grosse Energieanteile enthalten, mehr Quantisierungsschwellen und Codierbits zugeordnet werden als Blöcken mit geringen Energieanteilen.

Aus "Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing, N. Ahmed, K.R. Rao, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, Seiten 225-253", ist es bekannt, Bildsignale zur Datenreduktion zu klassifizieren.

Aufgabe der Erfindung ist es, das Verfahren ausgehend vom Oberbegriff des Patentanspruchs 1 so auszugestalten, dass eine Einzelbildübertragung, insbesondere eine Farbeinzelbildübertragung über einen Übertragungskanal mit begrenzter Kapazität ohne Qualitätseinbussen möglich ist. Diese Aufgabe wird durch die Massnahmen des Patentanspruchs 1 gelöst.

Anspruch 2 zeigt eine vorteilhafte Weiterbildung auf, die die Übertragungsrate erheblich reduziert. Dies ist dadurch möglich, dass für jeden Block eines Bildes ein Satz von Spektralkoeffizienten, der zu einer Klasse gehört, ausgewählt wird und für diese Auswahl nur eine Klassenzugehörigkeitsinformation übertragen werden muss.

Das Verfahren gemäss der Erfindung hat insbesondere den Vorteil, dass sich das übertragene Einzelbild auf der Empfängerseite sehr schnell aufbaut (ca. 2 sec bei einer Übertragungsrate von 64 kbits/s). Die Datenkompression beim Verfahren nach der Erfindung ist so stark, dass die durchschnittliche Bitrate, die zur Codierung der Farbbilder nötig ist, weniger als 0,7 bit per pel (picture element) beträgt.

Anhand der Zeichnungen wird ein Ausführungsbeispiel der Erfindung nun näher erläutert. Es zeigen

- Fig. 1 die Verfahrensschritte der Erfindung in einem Ablaufdiagramm,
- Fig. 2a,b,c Tabellen der Wahrnehmbarkeitsschwellwerte für die einzelnen Bildkomponenten,
- Fig. 3 das Blockschaltbild eines Prädiktors,
- Fig. 4 die Anordnung der Referenzwerte für die DC-Prädiktion,
- Fig. 5 die Prädiktionskoeffizienten für den DC-Anteil,
- Fig. 6 einen Übersichtsplan der Kantenerkennung,
- Fig. 7 die Edgepoint Entscheidung,
- Fig. 8 den Funktionsablauf der Klassifikation,
- Fig. 9 eine Wahrheitstabelle zur Klassenselektion bezüglich der I-Komponente,
- Fig. 10 eine Wahrheitstabelle zur Klassenselektion bezüglich der Q-Komponente,
- Fig. 11 aus Klassen abgeleitete Terme der Luminanzkomponente y,
- Fig. 12 die Bildung der Kardinalzahlen tkd,
- Fig. 13 aus Termen gebildete Klasseninformationen cny,
- Fig. 14 den Ablauf der Blockquantisierung,
- Fig. 15 den Ablauf der Transmission Coding,
- Fig. 16 die Entropiecodierung für die Luminanzkomponente y,
- Fig. 17 die Entropiecodierung für die Chromakomponente I,
- Fig. 18 die Entropiecodierung für die Chromakomponente Q,
- Fig. 19 die Entropiecodierung für AC-Koeffizienten,
- Fig. 20 die Codierung der DC Koeffizienten.

Das Ablaufdiagramm gemäss Fig. 1 zeigt die einzelnen Verfahrensschritte der Erfindung. Das zur

Verfügung stehende Bildsignal wird zuerst in Blöcke zerlegt (Block Decomposition). Die bei der Blockbildung erzeugten Teilbildbereiche werden zweckmässigerweise gleich gross und quadratisch gewählt. Die Teilbildbereiche können durch die Bildelementwerte $x_{i,j}$ vollständig beschrieben werden, wobei i und j Indexvariablen sind, die von 1 bis N laufen. Die Bildelemente lassen sich durch die Blockfunktion BC (cc , bn , N) darstellen, wobei cc die Luminanzkomponente Y oder die Farbkomponenten I und Q , bn die Blocknummer und N die Grösse des Blocks $N \times N$ mit N beispielsweise 8 angibt. Die in Blöcke zerlegten Teilbildbereiche werden nun einer Diskreten Cosinus Transformation DCT (Discrete Cosine Transform) unterzogen. Es entstehen dadurch Spektralkoeffizienten $W_{k,l}$ mit k und l als Indexvariablen, die von 1 bis N laufen. Parallel zur DCT wird eine Kantenerkennung ED (Edge detection) vorgenommen, die zu Kantenblockinformationen $eb = ED(x_{i,j})$ führt.

Die DCT Transformation ist hinreichend bekannt, beispielsweise aus IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-32, No. 3, March 1984, Seiten 225 bis 232, so dass an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen wird.

Aus den Speichern einer solchen DCT Transformationseinheit werden Gleich- und Wechselanteile getrennt ausgelesen, d.h. die Spektralkoeffizienten stehen blockweise aufgespalten zur Weiterverarbeitung zur Verfügung. Gleichanteile, nachfolgend mit DC bezeichnet, bedeuten in diesem Zusammenhang jeweils mittlere Helligkeitswerte bezüglich der Luminanzkomponente und mittlere Farbsättigungswerte bezüglich der Chromakomponenten für jeden Block von Spektralkoeffizienten. Wechselanteile, nachfolgend mit AC bezeichnet, bilden die jeweiligen örtlichen Abweichungen von diesen mittleren Werten innerhalb eines Blockes für jeden Spektralkoeffizienten.

Bezüglich der AC -Anteile erfolgt nun ein Vergleich der Spektralkoeffizienten mit visuellen Wahrnehmbarkeitsschwellen, die gemäss der Empfindlichkeit des menschlichen Auges gewählt sind, mittels einer Wahrnehmbarkeitsschwellwertentscheidung (Spectral Thresholding), die sich durch die Beziehung

$$S_{sthk,l} = TR(thk,l, W_{k,l}, cc, eb)$$

beschreiben lässt.

$sthk,l$ (supra-threshold information)

wird als Binärwort mit $N \times N$ bits als Ausgangssignal abgegeben. Die

Wahrnehmbarkeitsschwellwertentscheidung wird von der Kantenerkennung ED in dem Sinne gesteuert, dass eine Schwellwertreduzierung erfolgt, wenn Kantenstrukturen festgestellt wurden. Die vorgegebenen Wahrnehmbarkeitsschwellwerte thk,l sind für Luminanz- und Chrominanzkomponenten Y , I , Q jeweils verschieden. Für die Luminanzkomponente muss die Auflösung der Schwellwerte im Gegensatz zu den Chromakomponenten relativ hoch sein.

Die Figuren 2a, b und c zeigen die Wahrnehmbarkeitsschwellwerte thk,l für die Y , I , Q -Komponenten eines 8×8 Blockes. Die gekreuzten Stellen bei den Chromakomponenten brauchen nicht berücksichtigt werden, da das menschliche Auge für Farbsignale nicht so empfindlich ist.

Für die DC -Anteile ist eine solche Schwellwertentscheidung im allgemeinen nicht erforderlich, kann jedoch nach Bedarf vorgenommen werden, insbesondere mit fest vorgegebenen Schwellwerten. Die DC -Anteile werden im Ausführungsbeispiel blockweise linear quantisiert - QDC - und anschliessend einem Prädiktor zugeführt. Das Blockschaltbild für einen solchen Prädiktor ist in Fig. 3 dargestellt. Ein Prädiktionswert S' wird erhalten durch eine gewichtete Summierung von 3 benachbarten DC -Koeffizienten, die zuvor für die Übertragung benutzt wurden. Fig. 4 zeigt schematisch die Anordnung der Referenzwerte $A1$, $A2$ und $A3$ für eine zweidimensionale Prädiktion der DC -Koeffizienten. Die gekreuzte Stelle entspricht dem Prädiktionswert. Die Prädiktionskoeffizienten für $A1$, $A2$ und $A3$ bezüglich der Signalkomponenten Y , I , Q zeigt Fig. 5. Eine Integer(Ganzzahl-)Rundung $NINT$ zur Redundanzreduktion führt nur zu ganzzahligen Prädiktionsfehlern für die Übertragung. Am Ausgang des Prädiktors ist eine Subtrahierstufe angeordnet, die vom Eingangswert S für die Prädiktion das Ausgangssignal der Rundung subtrahiert.

Für den AC -Anteil wird das Ausgangssignal der Wahrnehmbarkeitsschwellwertentscheidung einer Klassifikation (Classification) unterzogen. Diese Klassifikation lässt sich durch den Ausdruck

$$cncc = CL(sthk,l, cc)$$

beschreiben. Sie ist also von der Supra-threshold-Information und der Signalkomponente cc abhängig.

$cncc$ bedeutet die Klassennummer einer Signalkomponente. Durch die Klassifikation wird die Zugehörigkeit der Spektralkoeffizienten eines Blockes zu vorher festgelegten Klassen beschrieben. Eine ausführliche Behandlung der Klassifikation erfolgt noch an anderer Stelle.

Nach der Klassifikation wird für die AC -Anteile eine Block-Quantisierung BQ (Block Quantisation) vorgenommen, die zu folgender Beziehung führt:

$$V_{k,l} = BQ(w_{k,l}, thk,l, eb)$$

$V_{k,l}$ stellen quantisierte Spektralkoeffizienten dar. Diese Blockquantisierung kann gegebenenfalls auch für

den DC-Anteil vorgenommen werden, wie noch erläutert wird.

Übertragungsdaten werden bezüglich des DC-Anteils durch Codieren der quantisierten Prädiktionsfehler COD-QF aufbereitet und bezüglich der AC-Anteile durch Codieren der blockquantisierten Spektralkoeffizienten $V_{k,l}$ - Transmission Coding. Die Transmission Coding lässt sich durch die Beziehung $h = TC(V_{k,l}, cncc, cc)$ beschreiben. Sie erfolgt im Sinne einer Entropiecodierung. Durch die Klassifikation werden Zusatzübertragungsdaten gewonnen, die die Zugehörigkeit der Spektralkoeffizienten eines Blockes zu vorher festgelegten Klassen kennzeichnen. Durch Übertragen dieser Zusatzdaten können die Übertragungsdaten anhand der Klassenzugehörigkeit ausgedünnt werden; denn für jene Spektralkoeffizienten, die zu einer Klasse gehören, reicht es aus, nur eine Klassenzugehörigkeitsinformation zu übertragen.

Der in Fig. 1 vorgestellte Übersichtsablauf wird nun näher erläutert. Die DCT lässt sich durch folgende Beziehung ausdrücken: EMI9.1

Die Kantenerkennung ist in der DE Patentanmeldung P 35 42 484.2 ausführlich beschrieben, soll hier aber nochmals in allgemeiner Form erläutert werden. Den Übersichtsplan der Kantenerkennung (Edge Detector) zeigt Fig. 6. Zuerst wird ein Operatorfenster definiert (Operator window Definition), $an,m = OW(x_{i,j})$, wobei $am,n = X_{i1,j1}$
 $m = 1, 2, 3$
 $n = 1, 2, 3$
 $i1 = i-2+n$
 $j1 = j-2+m$ ist, was einer 3x3 Matrix für Spektralkoeffizienten entspricht. Dieses Operatorfenster wird auf eine "Edgepoint detection" EP abgebildet, derart dass "Edge-point"-Koeffizienten epi,j entstehen.

Die Edgepointdetection lässt sich beschreiben zu: EMI10.1

Anschliessend erfolgt eine "Edgepoint"-Entscheidung EPD
 $epi,j = EPD(S_{m,n})$

Diese Entscheidung ist in Fig. 7 dargestellt. Zu jedem epi,j gehört eine Matrix $S_{m,n}$ (Darstellung ohne $s_{2,2}$), aus deren Elementen -1 und 1 sich Kantenorientierungen in Vielfachen von $\pi/8$ vereinbaren lassen. Der zugehörige Orientierungswinkel der Kanten (angle of edge) ist in Fig. 7 ebenfalls dargestellt. Im Ablauf wird nun untersucht, ob alle Edge points abgearbeitet sind. Ist dies nicht der Fall, wird mit den weiteren Variablen $i,j = 2 \dots 7$ die Entscheidung nochmals vorgenommen. Nach der Abarbeitung aller Edgepoints erfolgt eine "Edgeblockdetection"
 $eb = EB(epi,j)$, die durch folgende Vereinbarungen zu erfolgen hat: EMI11.1

Die Schwellwertentscheidung erfolgt nach folgenden Beziehungen: EMI11.2

Die Wahrnehmbarkeitsschwellwerte $thk,l(eb, cc)$ wurden schon in den Figuren 2 a,b,c vorgestellt.

Die Klassifikation ist in der DE P 37 08 288.4 ausführlich beschrieben. Es soll jedoch hier in allgemeiner Form darauf eingegangen werden. Den Funktionsablauf der Klassifikation zeigt Fig. 8. Zuerst wird in einer Entscheiderstufe auf Chromakomponenten I,Q und Luminanzkomponenten Y hin untersucht. Für die Chromakomponenten I,Q wird eine Klassenselektion durchgeführt anhand der Supra-Threshold-Information $sthk,l$:
 $cncc = CS(sthk,l)$

Als Klasse $cncc$ als Klassifikation für die Chromakomponenten wird jene ausgewählt, die alle Schwellwertvariablen $sthk,l$ überdeckt. Diese Klassenselektion ist durch die Wahrheitstabellen gemäss den Figuren 9 und 10 beschreibbar. Fig. 9 zeigt die Klassenselektion cnI für die I-Komponente in Abhängigkeit der Supra-Threshold-Informationen $sthk,l$ und Fig. 10 die entsprechende Klassenselektion cnQ für die Q-Komponente. Für die Luminanzwerte Y erfolgt die Klassifikation in einem dreistufigen Prozess:
 - einer Preprocessing Operation
 $@thk,l = PO(sthk,l)$, die durch folgende Beziehungen beschreibbar ist: EMI13.1 $@@hk,l$ bedeutet eine modifizierte Super-

Threshold-Information,

- einer Termscheidung

$td = TE(sth, l)$

mit EMI14.1 td wird als Termvariable bezeichnet, wobei d eine Indexvariable ist, die von 1 bis $ta = 18$ läuft. 9 ist ein Zeilenindex für sth und p ist ein entsprechender Spaltenindex. Fig. 11 zeigt die aus den Klassen abgeleiteten 18 Terme der Luminanzkomponente, wobei die Variablen sth, p horizontal und die Termnummern td vertikal aufgetragen sind. Die Abhängigkeit der Kardinalzahl tkd von den Termen td bei der Entscheidung zeigt Fig. 12,

- einer "Class Approximation"

$cny = AP(td)$

Diese "Class Approximation" selektiert die niedrigste Klassenselektionsnummer cny , die alle Terme td enthält, gemäss Fig. 13.

Wie Fig. 13 zeigt, sind 16 Klassen aus 18 Termen für die Luminanzkomponente gebildet.

Der Ablauf der Blockquantisierung ist in Fig. 14 dargestellt. Zuerst wird festgestellt, ob ein Edgeblock eb detektiert wurde. Falls dies der Falls ist, wird eine Quantisierung gemäss der Beziehung

$Vk, l = NINT(wk, l / thk, l)$

vorgenommen. Wenn kein Edgeblock detektiert wurde, wird jeweils der Absolutbetrag der Spektralkoeffizienten mit den Wahrnehmbarkeitsschwellwerten thk, l verglichen. Werden diese Wahrnehmbarkeitsschwellwerte überschritten, erfolgt ebenfalls eine Quantisierung nach obiger Beziehung. Andernfalls wird die Quantisierung Vk, l der Spektralkoeffizienten auf 0 gesetzt. Dieser Prozess wird so lange durchgeführt, bis alle Spektralkoeffizienten quantisiert sind.

Der Ablauf der Transmission Coding ist in Fig. 15 dargestellt. Zuerst wird auf das Vorhandensein einer Klassennummer-Information cn geprüft. Ist eine solche vorhanden, wird eine Entropiecodierung $hcn = HC(cny)$ gemäss den Codiertabellen nach Fig. 16 - Entropiecodierung für die Luminanzkomponente Y in Abhängigkeit der Klassennummer cny -, Fig. 17 - Entropiecodierung für die Chromakomponente I in Abhängigkeit der Klassennummer cnI - und Fig. 18 - Entropiecodierung für die Chromakomponente Q in Abhängigkeit der Klassennummer cnQ - vorgenommen.

Wird keine Klassennummer-Information festgestellt, wird untersucht, ob DC oder AC-Koeffizienten Vdc oder Vac vorliegen. Beim Auftreten von AC-Koeffizienten wird nach der Beziehung

$hac = HC(Vac)$

codiert. Die zugehörige Codiertabelle zeigt Fig. 19. Für die AC-Koeffizienten sind die Absolutbeträge der Amplitudenwerte angegeben. Es wird eine Huffman-Codierung verwendet.

Beim Auftreten von DC-Koeffizienten wird eine zweidimensionale Prädiktion EMI16.1 vorgenommen, wie in Fig. 4 dargestellt. Die zugehörigen Prädiktionskoeffizienten wurden bereits im Zusammenhang mit Fig. 5 erläutert. Nach der Prädiktion erfolgt eine Berechnung gemäss:

$DELTA = NINT(v'dc) - dc$

mit $dc =$

Die Codierung

$hdc = HC(DELTA)$

wird gemäss der Codiertabelle nach Fig. 20 vorgenommen, die die Prädiktionswertcodierung für I und Q Komponenten zeigt.

Nachdem alle Blöcke codiert sind, wird von der eigentlichen Übertragung noch eine Übertragungsaufbereitung vorgenommen, d.h. eine Zusammenfassung aller codierten Daten zu einem kontinuierlichen Datenstrom (Transmission Sequenzierung). Dazu können übliche Multiplextechniken herangezogen werden.

Zur Decodierung der Bilddaten auf der Empfangsseite sind die zuvor aufgeführten Massnahmen invers auszuführen - inverse DCT, Decodierung gemäss den angeführten Codiertabellen.

Data supplied from the **esp@cenet** database - Worldwide

Method for coding image signals

Claims of EP0283715

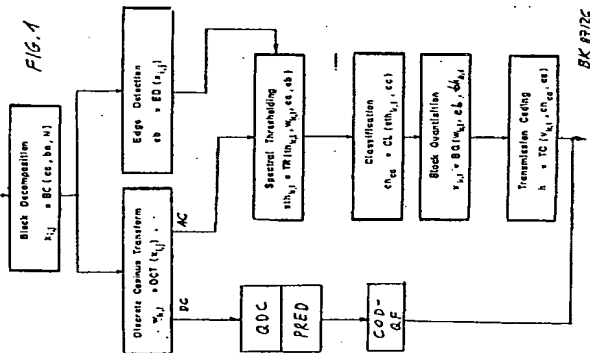
1. Verfahren zur Codierung von Bildsignalen unter Verwendung einer diskreten Transformation, beispielsweise der Diskreten Cosinus Transformation (DCT) zur Bildung von Spektralkoeffizienten, wobei Kantenstrukturen festgestellt werden und eine visuelle Wahrnehmbarkeits-Schwellwertentscheidung vorgenommen wird, gekennzeichnet durch folgende Massnahmen::

- blockweises Aufspalten der Spektralkoeffizienten in Gleich- und Wechselanteile, wobei die Gleichanteile jeweils mittlere Helligkeitswerte bezüglich der Luminanzkomponente und mittlere Farbsättigungswerte bezüglich der Chromakomponenten für jeden Block von Spektralkoeffizienten darstellen und die Wechselanteile die jeweiligen örtlichen Abweichungen von diesen mittleren Werten innerhalb eines Blockes bilden,
- Steuern der Schwellwertentscheidung bezüglich der Wechselanteile im Sinne einer Schwellenreduzierung bei der Schwellwertentscheidung, wenn Kantenstrukturen festgestellt wurden,
- Quantisieren der durch die gesteuerte Schwellwertentscheidung erhaltenen Signale sowie der Gleichanteile,
- Ermitteln von Prädiktionsfehlern für die quantisierten Gleichanteile,
- Aufbereiten von Übertragungsdaten durch Codieren der quantisierten Prädiktionsfehler für die Gleichanteile und Codieren der quantisierten Wechselanteile im Sinne einer Entropiecodierung.

2. Verfahren nach Anspruch 1, gekennzeichnet durch

- Aufbereiten von Zusatzübertragungsdaten, wobei diese Zusatzübertragungsdaten aus Informationen über die Zugehörigkeit der Spektralkoeffizienten eines Blockes zu vorher festgelegten Klassen bestehen,
- Ausdünnen der Übertragungsdaten anhand der Informationen über die Zugehörigkeit der Spektralkoeffizienten zu Klassen derart, dass die Übertragungsdaten nur jene Spektralkoeffizienten in einem Block berücksichtigen, die zu einer festgelegten Klasse gehören.

Data supplied from the **esp@cenet** database - Worldwide

 γ -Komponente $\mathbf{1h}_{\gamma,1}$ (θ, γ)

26	11	10	16	24	40	51	41
12	12	14	19	26	38	60	33
14	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	80	62
18	22	37	56	64	108	103	77
20	25	35	44	81	104	112	91
49	64	78	87	103	121	120	101
72	92	95	88	112	100	103	99

 γ -Komponente v_{γ} , (0,2)

35	62	85	104	102	*	*
74	90	118	238		*	*
	120	*	*	*	*	*
220	149	*	*	*	*	*
180	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*

α -Komponente u_{α} , (α, α)

[illegible]

Figure 2a

Figure 2b

37 and

[illegible]

	A_1	A_2	A_3
V	$5/8$	$-2/8$	$2/8$
I	$1/2$	$-1/8$	$3/8$
Q	$1/2$	0	$1/2$

α	β
000	1
101	2
110	2
111	3
001	2

Figure 5

21 July

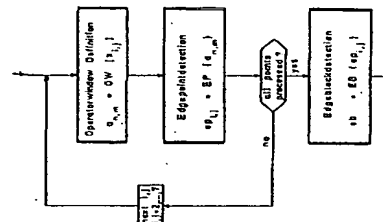
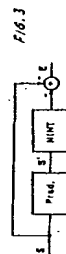
[illegible]

Figure 7

